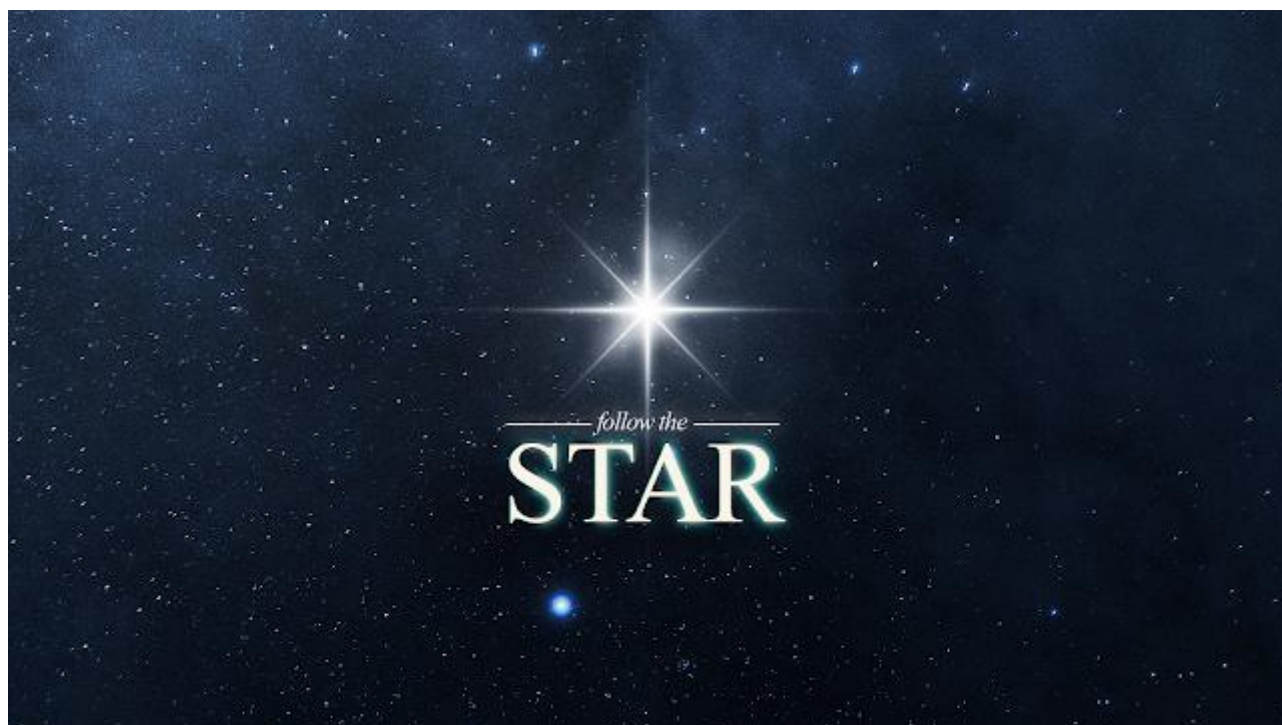


晨星之問



組員：

經濟系大一 113072243 朱庭儀

工工系大四 110034075 邱羿蓁

教育學院學士班大三 111090024 蔡昀姍

壹、期末作業規劃過程

1. 如何分工

- (1) 蔡昀姍：小說 1、2、3 章撰寫
- (2) 邱羿蓁：小說 4、5 章以及後記撰寫、一開始擬定的大綱跟角色介紹
- (3) 朱庭儀：ChatGPT 創作、製作表格比較、最後校正、報告

2. 閱讀哪些相關資料 (書籍、網站)

圖片來源

- (1) 封面：<http://qt.ldtmission.org/2019/12/2019-12-25.html>
- (2) 聖羅倫佐教堂：<https://blog.udn.com/lunhua168/25227507>
- (3) 彩繪玻璃：<https://blog.udn.com/lunhua168/25227507>
- (4) 索羅門結：<https://blog.udn.com/lunhua168/25227507>
- (5) 神聖比例：<https://www.epochtimes.com/b5/20/11/4/n12524609.htm>
- (6) 斐波那契數列：<https://hk.epochtimes.com/news/2020-11-24/51485663>
- (7) 聖卡塔琳娜修道院：
https://www.settour.com.tw/travel_guide/%E7%A7%98%E9%AD%AF/%E8%81%96%E5%8D%A1%E5%A1%94%E8%8E%89%E5%A8%9C%E4%BF%AE%E9%81%93%E9%99%A2/attractions_POI0000367001.html?a=ADV0000000328&s=8873
- (8) 金星軌道：https://www.sohu.com/a/515509754_120085179
- (9) 哥白尼模型：<https://www.thenewslens.com/article/125783>
- (10) 五度相生律：<https://zh-yue.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%94%E5%BA%A6%E7%9B%B8%E7%94%9F>
- (11) 9x9 網格：<https://sudoku.tw/gui-ze/>
- (13) 羅馬教廷：<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E7%BE%85%E9%A6%AC%E6%95%99%E5%BB%B7>

(13) 聖天使堡——青銅天使像：<https://kimiyo.tw/castel-santangelo/>

(14) 佛羅倫斯的星空：

https://www.florance.com.tw/spot/ins.php?index_m_id=13&index_id=27

資料來源

(1) 索羅門結：<https://www.scimonth.com.tw/archives/10942>

(2) 祖沖之密率：<http://www.mathland.idv.tw/history/zcs.htm>

(3) 地心說：<https://pansci.asia/archives/174698>

(4) 魔方陣：<http://www.mathland.idv.tw/fun/mag.html>

(5) 卡普雷卡爾常數：<https://pansci.asia/archives/347423>

3. 一開始擬訂的主題/故事大綱

第一章

拉斐爾，因為父親習鍊金術被教會處刑，所以決定在修道院以石匠身分贖罪。一天，當他在修補主祭壇時，發現彩繪玻璃投射在地板上的光影總是落在特定的格子上一他開始記錄這些光影，並注意到它們似乎構成一個數列—隨著他的深入研究，拉斐爾發現這些光影和一個古老的數學符號相關，並發現它們與父親留下的神秘羊皮捲有關。

第二章

拉斐爾在比薩的秘密圖書室中發現一本古老的書籍。當他翻開這本書時，被一名女修道士發現，這名女修道士是曾經的天才數學家，但因為糾正圓面積的誤導公式而被逐出學術界。卡拉拉修為了替自己的理論翻案，兩人決定合作，驗證圓周率的誤差，發現錯誤中隱藏著一個關於星球軌跡的線索，並且這個誤差可能指向某個未知的天體，為他們揭開一段更大的謎題。

第三章

拉斐爾在比薩的天文台遇見凱斯博士，一位表面上是天文學家，實則背負著秘密的人物。拉斐爾被邀請觀星，卻發現凱斯博士其實是暗中與教會合作，監視異端分子。拉斐爾和卡拉拉修女合作，發現了金星逆行現象中的數字暗碼，並將其對應到一個古老的拉丁文詩句中。這詩句隱含著引導他們前往圖賓根的線索。

第四章

拉斐爾與卡拉拉修女來到圖賓根，發現了一座隱秘的天文鐘室。在這裡，他們遇到伊莎貝拉，一位年輕的女性，她的父親與開普勒共同設計了一種特殊的魔方陣。這些魔方陣不僅是一種數學結構，更能夠產生共振頻率，似乎能揭示天文週期的秘密。伊莎貝拉與拉斐爾合作，破解方格中空白的「沉默格」，並揭開通向天文鐘室的暗道。

第五章

最終，拉斐爾和他的盟友們來到羅馬，準備面對紅衣主教的審判。在法庭上，主教提出了一個問題：「如果晨星落下，真理是否仍然存在？」拉斐爾則回答道：「晨星本為光明天使墮落的名號，若他墮落了，那我們更該照亮。」他將自己破解的數學圖表呈現出來，這張圖表由斐波那契螺旋、圓形誤差、逆行軌跡與魔方陣組成，並展示出宇宙秩序的美。主教無言以對，最終放過了拉斐爾，讓他繼續探索知識的邊界。

後記

拉斐爾、卡拉拉與伊莎貝拉在美第奇圖書館的石室中，透過古老星圖與數字推演，追尋「Epsilon」的真相。他們將微小的圓周率誤差放大，發現其中隱含金星逆行的節律。卡拉拉以數學解構星軌，伊莎貝拉以音頻印證共鳴，拉斐爾則從父親留下的線索中，感受到更深層的指引。他們逐漸意識到，這些看似無意的偏差，其實是宇宙傳遞訊息的方式。

4. AI 工具擬定的主題/故事大綱

第一章：光影密碼

在十五世紀義大利，年輕的石匠拉斐爾因父親被教會指控為鍊金術士而處刑，選擇在比薩一座修道院中隱姓埋名。某日，他在修復彩繪玻璃時，發現光影每日在祭壇石板上投射出特定圖形與數列。他將這些現象記錄下來，並在修道院地下室發現父親留下的一卷神秘羊皮紙，上面記載著一串不完整的斐波那契螺旋。

第二章：被遺忘的圓

在秘密圖書室中，拉斐爾遇見一位流亡修女卡拉拉，她曾是著名數學家，因反駁古典圓面積公式而遭驅逐。他們合力研究羊皮紙與螺旋圖形的關聯，發現其中蘊

含一個關於星體運行的古老理論。圓周率的微小誤差竟隱藏著一顆未知天體的存在軌跡，並與父親留下的圖表不謀而合。

第三章：星圖與密探

兩人追查線索至比薩天文台，遇見神祕的凱斯博士。他邀請他們觀察金星逆行，但拉斐爾察覺凱斯其實是教會的密探。經過一場驚險逃脫，他們破解逆行週期中的數字規律，對應出一段拉丁詩句：「光之起源，藏於地之北境。」，這句詩指引他們前往神聖羅馬帝國內的圖賓根。

第四章：沉默魔方

在圖賓根，他們遇到年輕的女性數學家伊莎貝拉，她的父親曾與開普勒合作設計一種「共鳴魔方陣」。這些魔方能產生對應星體週期的頻率。三人合作破解魔方中被稱為「沉默格」的空格，開啟了通往古老天文裝置的密道，一座失落的機械天文鐘，訴說著宇宙秩序的秘密。

第五章：真理審判

三人返回羅馬，面對紅衣主教的宗教審判。主教以晨星為喻試圖引誘拉斐爾否定知識的價值，拉斐爾則以父親的羊皮紙與經過驗證的數學模型作為答辯：結合斐波那契螺旋、圓周誤差、金星逆行與魔方陣，他呈現出一幅宇宙秩序圖。這張圖顯示理性與美的交織，迫使主教沉默。拉斐爾獲得自由，展開知識的新探索。

後記：餘光與遠行

審判過後，拉斐爾與卡拉拉離開羅馬，前往北方一處寧靜修道院，繼續研究星象與幾何的秘密。卡拉拉重新成為教師，教授年輕修女數學與天文；拉斐爾則在每個傍晚觀察星光與圖形的變化，尋找宇宙秩序的延續。伊莎貝拉返回圖賓根，獨立完成共振魔方的研究，並匿名發表成果。雖未廣為人知，卻悄悄影響了後來某位作曲家的旋律結構。他們的故事沒有結束，只是從眾人視野中退場，轉為靜靜運行，如同天空中那顆仍未命名的星。

5. 整合兩份大綱後的最後大綱

第一章：光之遺跡

拉斐爾在比薩修道院做石匠，以贖其鍊金術士父親遭處刑之罪。他偶然發現彩繪玻璃的光影每日落在特定方格上，呈現數學規律。他將光影與父親留下的神祕羊

皮紙對照，發現其中蘊藏一段古老螺旋公式，開啟對宇宙秩序的探索。

第二章：圓中的背叛

拉斐爾闖入秘密圖書室，被曾是數學天才的卡拉拉修女發現。她曾挑戰古希臘圓面積公式，卻因此被驅逐。兩人合作驗證圓周率誤差，竟揭露了一顆被忽略的天體。這誤差不只是錯誤，更是一段遺失的星圖密碼。

第三章：金星逆行

在天文台，他們遇到凱斯博士——表面上是學者，實為教會密探。他試圖操控兩人，但反被發現。拉斐爾和卡拉拉發現金星逆行週期與古拉丁詩文之間的密碼聯繫，詩句暗示「北方之地」藏有關鍵證據。他們啟程前往神聖羅馬帝國的圖賓根。

第四章：天文鐘室的秘密

在圖賓根，他們發現伊莎貝拉——一位了解星體與數論共振的年輕女性。她的父親與開普勒設計的魔方陣包含一種頻率調律系統。三人破解魔方中沉默格的結構，打開通往天文鐘室的古老密道，證明天體軌跡與數學有著超越宗教的秩序。

第五章：晨星的審判

拉斐爾在羅馬面對教會審判，紅衣主教用宗教象徵質疑他：「若晨星墮落，真理是否仍存？」拉斐爾回答：「晨星之墮正是我們必須尋光之由。」他展示由螺旋、圓誤差、金星與魔方組成的宇宙圖表，證明理性與信仰可共存，宇宙自有秩序。主教啞口無言，拉斐爾與同伴獲自由，並肩走向未知的星辰。

後記：餘光與遠行

審判後，拉斐爾、卡拉拉和伊莎貝拉各自踏上新路。卡拉拉回到北方修道院，教導年輕修女數學和天文；拉斐爾每天傍晚觀察星空和幾何圖案，尋找宇宙的秘密；伊莎貝拉回圖賓根完成共振魔方研究，默默影響著後來的藝術與科學。他們曾在美第奇圖書館中，透過星圖和數字推演，發現圓周率的誤差隱藏金星逆行的秘密，感受到宇宙傳遞的信息。這故事並未結束，只是如同一顆無名星，從眾人視線中退去，靜靜閃耀。

貳、數學-科學小說



拉斐爾·阿爾杜西奧：一名年輕的的修道院石匠，來自一個鍊金術士的家庭。父親（洛倫佐·阿爾杜西奧）因為與教會的對立而被處刑，拉斐爾被送入修道院以石匠身分求贖罪。他性格謹慎，思維敏捷，但對父親的死心中充滿未解的疑惑，渴望尋找真相。



卡拉拉修女：外表嚴肅、智慧且冷靜的的女性。她來自猶太家庭，曾是大學中的數學天才，但因為公開批評圓周率的誤差而被逐出學術界。她現在隱居在比薩，對數學的熱愛使來即便處於低谷，仍然堅持探索未知。



凱斯博士：一位年長的天文學家，看似親切且富有學識，但內心充滿矛盾。他曾是伽利略的學生，但對教會保持忠誠，因此在道德與信念的衝突中掙扎。他將拉斐爾視為有潛力的後繼者，但也暗中試圖操控他的選擇。



伊莎貝拉·卡普：來自拉拉格的年輕女性，聰慧且擁有豐富的數學知識。她的父親是一位偉大的天文學家，曾與開普勒合作。伊莎貝拉擁有一種特殊的音感，能聽到數字的共振頻率，這使她能夠解開複雜的數學謎題。



紅衣主教安德烈：一位年長的教會領袖，代表著教會的權威與神聖。他心中對數學充滿懷疑，認為科學與宗教應該分開一對拉斐爾的挑戰感到威脅，但在面對這些無法反駁的數學證據後，他的信仰開始動搖。

第一章：光之遺跡

托斯卡納的四月午後，聖羅倫佐教堂沐浴在斑斕的光影中。陽光穿透彩繪玻璃，化作五彩的碎片，灑在古老的大理石地板上，宛如天使的筆觸，隨意卻暗藏秩序。拉斐爾·阿爾杜西奧跪在主祭壇前，汗水從額角滑入長袍，滴落在冰冷的石面上，泛起細微的漣漪。他的目光鎖定東側第三排、北側第四格的石磚——連續九天，正午的陽光如約而至，精準地親吻這一格。



圖一、聖羅倫佐教堂



圖二、彩繪玻璃

「連續九次了，光影準確落在這一格。」拉斐爾喃喃自語，腦中像被閃電擊中，整個人瞬間定格。他下意識地按著石基，腦海一陣波濤洶湧。他迅速在筆記本上記下數據，思索著這些落點間是否存在某種秩序。直覺告訴他，這絕不是隨機，而是一組精妙的幾何邏輯。

拉斐爾·阿爾杜西奧，背負著一個在教會眼中不可赦免的罪名——鍊金術士之子。年僅二十歲，眉宇間看不見一點少年應有的朝氣。他的父親——洛倫佐·阿爾杜西奧，曾因研究「化鉛為金」的禁術而被宗教裁判所指控，終在拉斐爾十三歲那年被火刑處死。火光中的父親平靜地凝視他，彷彿要將什麼秘密賦予他。今年，拉斐爾自願進入修道院贖罪成為院中的石匠。可他未曾忘卻那張藏於火焰深處的羊皮紙，父親縫進他上衣內裡的那一張——上頭寫滿難以辨認的符號與數列，只似懂非懂地讀出一句：「光之落點即門之鑰。」

他毫無頭緒的望著彩繪玻璃，那是一幅描繪索羅門王與大天使會晤的場景。光線筆直地穿透索羅門王右手中的結繩——拉斐爾皺眉，凝視著那交錯纏繞的圖樣，

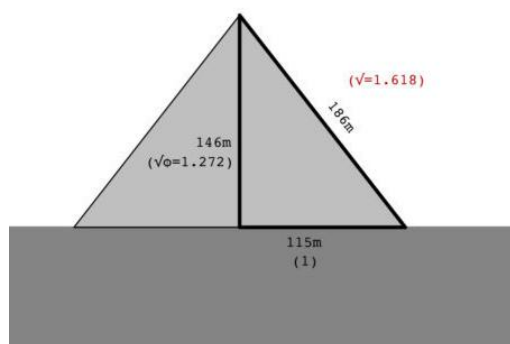
心底浮現出一個念頭：是索羅門結！這或許是一個指引.....



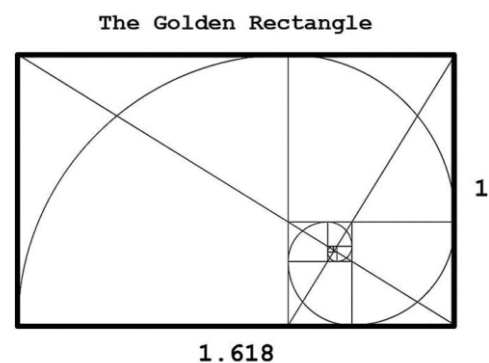
圖三、索羅門結

當夜幕降臨，修道院晚課結束後，拉斐爾帶著筆記本悄悄返回空無一人的教堂。他用繩索與釘子標記過去九次光影落點的位置，然後逐步連結這些點。他的指尖沿著繩索劃過，直到一個明顯的三角形浮現...同時他發現這個三角形居然與古埃及的神聖比例重疊。父親從小教過他——鍊金術士運用這組比例標示物質轉化，建築師則用它計算空間結構的完美平衡。他的目光回到地板，隱約看見幾塊石磚上的刻痕，那些符號幾乎被歲月磨平，但在夕陽角度恰好時，光影揭示了它們的存在—— $\Gamma(3)$ 、 $\Delta(4)$ 、 $\odot(5)$ ¹

拉斐爾深吸一口氣，腦海迅速運算著：若將這些光的落點看成一組坐標系統，它的變化是否遵循某種數列？他翻閱筆記本，標記出各個節點的橫軸與縱軸編號。2、3、5、8、13...是斐波那契數列！



圖四、神聖比例



圖五、斐波那契數列

¹ $\odot$ ：古代密教傳統中代表靈魂的符號

他瞠目結舌，這數列與黃金比例息息相關，它出現於花瓣、螺旋、甚至光波傳遞的方式。若他沒記錯，斐波那契本人也曾在比薩教堂的建築中留下不少幾何隱喻，而這裡，是佛羅倫斯——文藝復興的心臟，正是所有數學、藝術與信仰交織之地。

忽然，他靈光一閃——如果將這些數字對應拉丁字母 A(1)、B(2)、C(3)..... 他將這些數字對應排列組合一翻，最後拼出了一個名字：「VERROCCHIO」。

隨著字母一個個被寫下，拉斐爾的心跳猛然加速。這正是佛羅倫斯著名的藝術與數學工作坊，培養出無數巨匠的地方——包括他父親曾短暫效力的地方。父親曾經的低語在他耳邊迴盪：「在維洛奇歐工作坊，我們不是在畫畫，而是在用光與線條記錄宇宙的呼吸。」

他的父親，或許是一名隱藏的數學密碼師，而不是鍊金術士。

拉斐爾幾乎已能確定，彩繪玻璃的設計不僅為了美觀，更是透過光影與時間，在地面投下特定的數學圖形。光的落點並非隨機，而是根據麥第奇家族的歷史日子而來：3月1日正是科西莫·麥第奇出生那天；4月4日是其父喬凡尼的忌日；5月9日則是麥第奇資助修道院成立的日子

每一個日期，都對應著穿透索羅門結時光的落點的特定節點。光影、數列、幾何... 一切看起來都像被精心編排，如同一座巨大棋盤，而拉斐爾，正是破解這場棋局的關鍵人物。

然而，沉浸在解出密碼喜悅中的他並不知道，在教堂深處，一名身穿灰色長袍的修士正靜靜地觀察。他的手中，握著一張羊皮紙，上面的符號與拉斐爾手中的筆記驚人地一致。修士低聲暗自唸著一段聖拉丁文，視線移向教堂地板上隱晦的一塊青銅格子——第五節點，陽光從未觸及的地方。拉斐爾突然被低語拉回現實，像遠處的黑影追去，他的命運，正被數列、光影與石頭悄悄重寫.....

第二章：圓中的背叛

比薩的天空，籠罩著幽微的海霧，連光都學會了悄然無聲地在其中潛行。拉斐爾·阿爾杜西奧靜靜地穿過聖卡塔琳娜修道院的側門，懷中藏著那卷在聖羅倫佐祭壇下發現的羊皮紙。是它引領他來到這座沉睡於歷史洪流中的古城——比薩，這裡

的一切，都像被蒙上層灰，如同他腦中那未解的星圖。

他小心翼翼地推開修道院圖書室的暗門，石樑輕微震動。這裡幾乎已被世人遺忘，只有塵封的書卷宛如沉睡的騎士在鐵架間默默地守護著某種隱藏的真理。微弱燭光映照在書頁上，揭示那些微微泛黃的數學圖表與神秘符號。



圖六、聖卡塔琳娜修道院

拉斐爾的指尖滑過一本破損的皮革書背，停在一塊格格不入的銅片上，上面刻著「 $22/7...355/113...$ 」和熟悉的符號： $\Gamma(3)$ 、 $\Delta(4)$ 、 $\odot(5)$ 。他屏住呼吸，彷彿觸碰到父親的影子。他的心跳微微一滯，這不是普通的手稿——這是經過刻意塗抹的天文計算，內容竟與父親在羊皮紙上留下的“黃金偏差”相互吻合。

「 $22/7...355/113...$ 」一邊低語，一邊翻看。他的目光落在那串熟悉的符號：「 $\Gamma=3$ ， $\Delta=4$ ， $\odot=5$ 」。這正是他在聖羅倫佐教堂地板見過的刻痕。這些數字，象徵著鍊金術士與建築密碼師所信奉的某種隱藏於幾何結構之中的真理。

突然，一道柔和卻冷峻的女聲打破沉寂：「你知道這組誤差背後的意義嗎？」

拉斐爾猛地轉身，看見一名黑袍女子站在燭光的光暈中，眼神如星辰般銳利，卻透著疲憊的慈悲。她的手指輕撫藏在袍下的星形項鍊，上面刻著 $355/113$ 。「我是卡拉拉修女，米莉亞姆·科恩，」她說，聲音如冰泉清冽，「這些書卷是禁忌的星圖，除非你知道它們的秘密。」卡拉拉步步逼近.....

拉斐爾張了張嘴，卻無發聲，像是吞下了一塊石頭。沉默許久他才低聲念出書頁上的兩組分數：「這些...圓周率的近似值，對嗎？」卡拉拉點頭，緩緩走近，在書桌上用炭筆畫出一個圓和一個略拉長的橢圓。「圓周率是圓的靈魂，」她說，

聲音如詩，「它告訴我們，一個圓的邊緣有多長。想像你有一個盤子，量它的直徑，再量它的周長，除一下，就得到圓周率。教會沿用的是 $22/7$ ，約為 3.142857，簡單卻粗糙，像用木尺畫圓。這個數值很接近，但它並不是『真理』。『祖沖之』——一位來自遙遠東方的數學家——在公元五世紀提出更精密的近似值， $355/113$ ，即 3.1415929，誤差不到萬分之一，精準得像用星光勾勒圓弧。」

她停頓，目光如刀：「 22 除以 7 比真正的圓周率大了 0.001264，細微如晨露，卻藏著宇宙的秘密。」她拿起一張羊皮紙，在燭光下寫下數字，繼續說：「這誤差太小，像一粒沙，難以捉摸。所以我要放大它，像用放大鏡觀察沙粒的晶體。我把它乘以 1000，得到 1.264，彷彿將一滴露珠變成湖泊。然後，我取它的倒數——也就是 1 除以 1.264，得到 0.79。」

拉斐爾皺眉，試著跟上：「為什麼要乘以 1000？」卡拉拉微笑，眼中閃過一絲狡黠：「因為宇宙的秘密藏在細微處。乘以 1000 就像拉近星空，讓我們看清隱藏的圖案。0.79 這個數字，與金星的舞步有關。」她指著星圖：「金星每 1.6 年在天空跳舞，會短暫地往回走一步，像舞者回頭一瞥。1.6 年的倒數是 0.625，與 0.79 在數學上共鳴。」

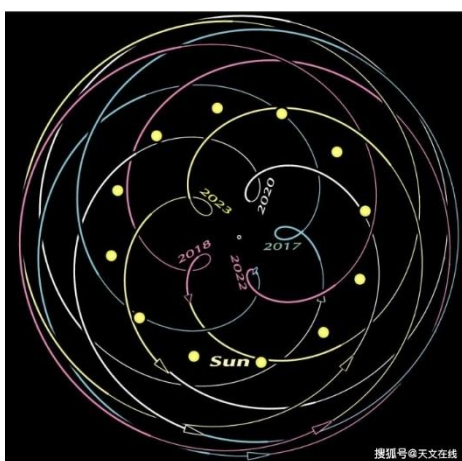


圖 7、金星軌道

卡拉拉眼神中閃過一絲興奮。「金星的軌道並非完美圓形，而是橢圓。你知道這代表什麼嗎？」她停頓片刻，突然嚴肅起來：「教會所堅守的圓形天體理論，正是基於一個錯誤的近似值。他們用錯誤的 π ，來彌補他們所信仰的宇宙觀。」

拉斐爾感到一陣頭暈目眩，單坐在椅子上。幾何圖形、父親的羊皮紙、聖羅倫佐

祭壇下的光影、3:4:5 的比例三角...一切似乎都在指向某個隱藏在歷史中的秘密。

「妳怎麼知道這些？」拉斐爾沉默許久後開口道。

卡拉拉的眼神微微一暗。「我曾在菲波納契紀念講堂任教，專研數學與天文。某年我在學會上公開批判教會沿用錯誤近似值，並提出一個假說——『這組誤差，可能掩蓋了一顆未記錄的天體軌跡。』」

「妳的意思是誤差本身，就是某種編碼？」

卡拉拉翻開書的附錄頁，一幅精緻的星圖映入眼簾。她指尖滑過圖案：「如果我們將金星逆行軌跡映射到地球中心，你會發現一種圖形極似五瓣玫瑰，但其中一瓣總是偏離理論計算的軌跡。教會稱之為觀測誤差，而我認為，那是一顆未命名的星體，造成的引力干擾。」

她低聲說：「祖沖之的 355/113，可能並不只是數學精算，而是基於某顆『未知星』的週期。我稱它為——Epsilon。」

拉斐爾心頭一震，回想起羊皮紙的最後一角，標記著一模一樣的陌生符號 E。他的父親，或許在暗中記錄了這顆神秘的星體。

卡拉拉望著他：「你父親是誰？」拉斐爾閉上雙眼，沉重的像走過漫長的審判：「洛倫佐·阿爾杜西奧，被教會處刑的鍊金術士。」

圖書室陷入沉默。卡拉拉緩緩拉出一幅燒焦的星圖，圖案中央是圓與橢圓交疊，其中藏著微妙的偏移。「如果我們能證明 Epsilon 存在...我們不只會推翻地心說，我們還會證明——真理是動態的、非對稱的且帶著誤差的。就像 π 永遠無法完全掌握，但永遠值得追尋。」

她頓了一下，收起那股衝勁顫抖地說：「但我們得小心，這些日子裡，教會不喜歡『精確』。」

第三章：金星逆行

比薩的夜晚，星辰像刀一般鋒利，連潮濕的海霧也罩不住。在舊軍火庫遺址之上，

聖史蒂芬天文台如一隻凝視天際的古老眼睛，靜靜俯瞰這座城市。它沉默地記錄著星軌，彷彿等待著某個預言再度甦醒。

拉斐爾順著它們攀登，靴子在石頭上發出低沉的回響。卡拉拉在塔下止步，撫摸項鍊，苦笑道：「凱斯不信任我，一個質疑圓周率的女人。但他會聽你的，帶著你父親的遺志。」

拉斐爾的手按住懷中的羊皮紙，那張與卡拉拉共同推演出的圖表——金星逆行形成的五瓣軌跡，當它與黃道相疊，便在獅子座與雙魚座之間產生異常偏移。「如果他真如傳言所說，曾是伽利略的學生，他一定會理解我們的圖的。」

塔頂的觀測室內，凱斯博士靜靜站在黃銅儀器間，他的手正調整著一具仿哥白尼模型的星象儀，見拉斐爾進來，並未轉身。「拉斐爾·阿爾杜西奧。」他的語氣平靜，像是在衡量某個未知數。「一位石匠，卻帶著天文圖表與未公開的 π 誤差公式來找我。你想尋找什麼？」



圖 8、哥白尼模型

拉斐爾走近，遞出那張圖表：「不是尋找，而是驗證。我們懷疑，金星的逆行軌跡，是一段隱藏的數學訊號。它每八年會在黃道上勾勒出一個近乎完美的五芒星，但我發現一處偏差，角度是 36.87° ，與 $3:4:5$ 三角形吻合。」他頓了頓，試著解釋：「想像一個舞者在星空起舞，她每走一步，轉 72° ，畫出五芒星的輪廓，五步完成一圈。但在某個頂點，她踩錯了一步，偏了 36.87° 。」

凱斯伸手接過圖表，目光掃過——掃過數字—— 36.87° 、3、4、5 斜邊比例……古埃及人用它丈量尼羅河洪水平原。」拉斐爾點頭，接著說：「若以希伯來數字

對應可以拼出 יֹכ (Yoch)²，也就是『光』。」

凱斯沉默許久，終於抬眼，目光閃爍著微妙的警戒：「你知道自己正在觸碰什麼嗎？」拉斐爾迎向他的視線：「我們發現的是被掩蓋的真理。而我的父親，為此死在火刑柱上。」

凱斯的眉頭緊縮，彷彿觸碰到了某個被封存的記憶。「洛倫佐·阿爾杜西奧...那個研究禁術的異端.....你是他的兒子。」他走向牆邊，取下一幅布滿灰塵的星圖。金墨細緻繪出金星軌跡，五角形幾近完美，然而其中一條軌跡卻突然偏移，在獅子座與室女座之間劃出一道細長的弧。

「這是伽利略死前留下的觀測。」他的聲音低啞，帶著某種深藏的敬意。「當時他已雙目失明，但他憑記憶描述過金星的『缺口』，我們稱它為第六軌點。那時我還是他的學生，記下了所有異常。沒想到，四十年後，你帶著相同的發現來到我面前。」

拉斐爾心跳加速：「第六軌點？那顆偏離的點，正對著我們發現的詩句！」他從書袋中取出一張摺痕斑駁的紙條——Lux errans, stellae sexta, ducit per horologium veritatis. （漂泊之光，第六之星，引領我們穿過真理之鐘）

凱斯的神情頓時改變，凝視那句詩許久，終於緩緩開口：「Horologium veritatis 這不是虛構。老城鐘樓內，的確有一座失落的天文鐘，傳說能揭示行星真軌。但自17世紀宗教戰爭後，已無人再啟動過它。」

拉斐爾低聲重複，腦海閃過父親羊皮紙上的最後幾個字母：Verrocch...ionis Hora 那並非拉丁，而是工坊密語——維洛奇歐的時刻。「我父親與維洛奇歐的數學家合作，將這些幾何數列隱藏在建築、星圖與光影之中。他不是造反，而是在證明——宇宙的真理比神權更精確。」

凱斯望向窗外緩緩升起的金星，語氣轉為低沉：「我曾以為效忠教會，是保護文明的唯一方式。但如今，我開始懷疑教會是否只是在守護一種.....對稱的謊言。」

² 希伯來數字 יֹכ (Yoch,36)= י(Yod, 10) + ו(Vav, 6) + כ(Kaf, 20)

他將那張星圖交給拉斐爾：「你該去圖賓根，找那座鐘，或許會回應你父親的問題。但記住...」他壓低聲音：「有些人，不希望鐘聲再響起。」

當夜，離開天文台時，拉斐爾看見卡拉拉仍靜立於塔下，仰望星空。她眼中的倒影，是那朵即將綻放的五瓣星花。

「我們有線索了」拉斐爾低聲說，「圖賓根，天文鐘，第六顆星。」卡拉拉點頭：「那就是我們的新 π ，那顆誤差中誕生的恆星。」星光穿越雲層，落在她黑袍的邊角，彷彿暗示著那座古老鐘樓的齒輪，即將再次轉動。

第四章：天文鐘室的秘密

圖賓根，這座藏身山丘與迷霧之中的學術古城，曾是她父親避居的最後一站。三十年前，一封不署名的手稿從這裡寄往開普勒的遺孀手中，那些語句，是伊莎貝拉熟知的筆跡。

她從未來過這座鐘樓，但父親總在夢中提起：「鐘聲不是為禮拜敲響的，它是編碼的音律，用來喚醒沉睡在時間深處的真理。」

拉斐爾與卡拉拉以為他們是第一個來到這片廢墟的人，直到他聽見牆後微弱的齒輪聲，以及一聲幾不可聞的咳嗽。他轉過頭，看見燭光在一旁的牆面上搖曳，照出一位站在裂牆邊的女子。她穿著磨損卻乾淨的旅外長衣，手執蠟燭，眉宇之間有著精算者的冷靜，卻又帶著音樂家的靈動。「你來得晚了三天，」她淡淡說，「金星的節點已經錯過，但 ε 星還沒關門。」

圖賓根的鐘樓隱於一片荒蕪的廢墟，石牆爬滿青苔，彷彿時間的守望者，沉默地凝視著逝去的世紀。伊莎貝拉·卡普的手指在牆上逡巡，燭光下，她的金色睫毛投下顫動的陰影，宛如蝴蝶的翅膀。「不是這裡，」她低語，聲音帶著數學家的精確，「往左三指寬.....就是這裡。」她按下一塊石磚，牆內傳來齒輪咬合的低吟，如沉睡的巨獸甦醒。拉斐爾驚訝地望著她：「妳是誰？」

「我是伊莎貝拉·卡普，」她頭也不回，「我是來找聲音與幾何交會之處的。這座鐘樓，正是我的第一個線索。」

拉斐爾將耳朵貼上冰冷的石壁，起初只聽到自己急促的呼吸。但隨著伊莎貝拉調整燭台角度，他漸漸捕捉到一種奇特的嗡鳴，像是無數細小的鐘擺在同步擺動。這聲音讓他想起父親實驗室裡那些銅製天象儀——在被月光照射時會發出類似的共鳴。

「是五度相生律」，伊莎貝拉從天鵝絨袋中取出一個黃銅儀器，表面蝕刻著複雜的音階刻度，「我父親發現，當數字達到特定比例時，物質會產生共振」。她輕敲數字音叉，石英晶體在牆內亮起幽藍的微光，如同夏夜的螢火。

拉斐爾注意到光線在地面投射出清晰的 9×9 網格。每個方格中都刻著數字，但中央的格子卻空白如謎。他突然單膝跪地，手指撫過那些數字的刻痕——這些排列方式與聖羅倫佐教堂地板的索羅門結驚人地相似。

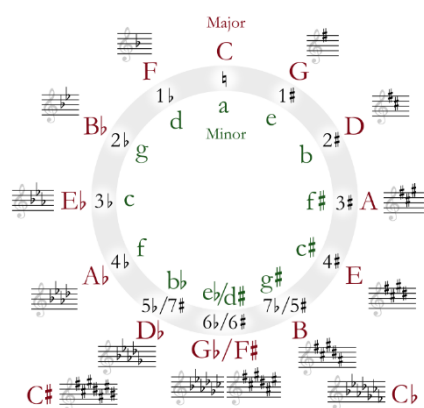


圖 9、五度相生律

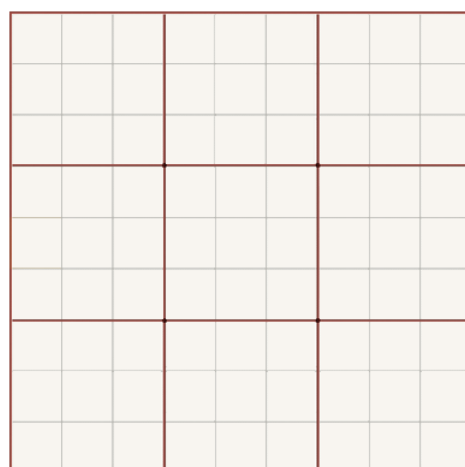


圖 10、9×9 網格

「3 的平方是 9，」他喃喃自語，從行囊取出父親留下的羊皮紙，「而 5 的平方...」炭筆在紙上飛速演算，將 3:4:5 的比例套入卡普雷卡變換³。當數字 495 與 6174 相加得到 6669 時，他的手突然停住。

卡拉拉修女突然指向牆上的星圖：「看金星的軌跡！每八年的逆行會形成五個頂點...」她的聲音因激動而顫抖，「每個頂點間隔 72 度，但實際測量值是...」

「36.87 度！」拉斐爾猛地抬頭，「正好是 3:4:5 三角形的角度！」他迅速在沉默

³ 卡普雷卡變換:是一種對數字進行重新排列與相減後重複操作的數學過程，最終會收斂到特定的固定數，例如 6174（四位數）或 495（三位數）。

格填入數字 3，整個房間突然陷入黑暗。三秒鐘後，牆壁上的石英晶體爆發出耀眼的藍光，在空氣中投射出旋轉的星圖。地板開始下沉，露出螺旋樓梯，每一級台階都刻著不同的數學常數。

伊莎貝拉率先踏上台階，她的裙擺掃過刻著 π 值的台階。「父親說這座樓梯本身就是計算器，」她指向台階側面隱藏的齒輪組，「每下一級，就相當於計算一次行星軌道的偏心率。」

地下室內，巨大的天文鐘佔據中央。不同於普通鐘錶，這個裝置的黃銅軌道上鑲嵌著七顆寶石，代表當時已知的行星。拉斐爾注意到火星的軌道特別突出——那正是開普勒研究最多的行星。

「齒輪比是 3:5:8，」伊莎貝拉調整著隱藏的調節桿，「斐波那契數列...」隨著她的操作，鐘面分開露出隱藏抽屜。裡面靜靜躺著一卷泛黃的手稿，封面上用褪色的墨水寫著：《宇宙諧和論·第三卷·禁》。

卡拉拉修女小心展開手稿，羊皮紙發出脆響。「看這個邊際註釋，」她指向一段幾乎被磨滅的文字，「當真理被禁錮時，數字將成為鑰匙...羅馬教廷地下的第 89 級台階...」

突然，上方傳來沉重的腳步聲。凱斯博士出現在樓梯口，他的學者長袍沾滿灰塵，右手握著一個奇怪的儀器——半是星盤半是密碼輪。

「你們比我想像的更快，」他的聲音沙啞，「但還缺少最後一塊拼圖。」他走向天文鐘，轉動一個隱藏的機關。隨著齒輪的咬合聲，鐘面中央升起一個銅製圓筒，表面刻著希伯來數字。

「晨星之鑰，」凱斯博士將圓筒交給拉斐爾時，手指微微發抖，「麥第奇家族委託你父親打造的...它能解開教廷地下圖書館的機械鎖。」他的眼神突然變得銳利，「但記住，有些門一旦打開...」

一陣突如其來的震動打斷了談話。天花板的石英粉末簌簌落下，在星圖投影中如同微型流星雨。

「審判庭的人來了，」凱斯博士快速塞給拉斐爾一張紙條，「走密道！沿著斐波那契數列的台階數...」他的最後一句話被石門開啟的轟隆聲淹沒。

第五章：晨星的審判

羅馬教廷的審判廳瀰漫著沒藥與蠟油的氣息。拉斐爾被帶進大廳時，注意到地面大理石的紋路竟構成隱晦的幾何圖案——正十二邊形內接五角星，每個頂點都精確對應一根廊柱。



圖 11、羅馬教廷

紅衣主教安德烈端坐在高台上，他的紅袍在彩繪玻璃投射的光線下如同跳動的火焰。拉斐爾數了數兩側的樞機主教：十一人，加上審判席正好十二。這個數字讓他心頭一緊——與天文鐘的齒輪數相同。

「拉斐爾·阿爾杜西奧，」紅衣主教的聲音在大廳穹頂下迴盪，「你被指控傳播哥白尼的異端邪說。」他舉起一本裝幀華麗的《天體運行論》，書頁間露出無數批註紙條。

拉斐爾將晨星之鑰置於桌上，銅筒緩緩展開成渾天儀，七顆行星沿橢圓軌道運轉，投射出五芒星，光點在天花板織出 6174——卡普雷卡常數。他深吸一口氣，說：「這是卡普雷卡常數，一個數字的魔法。拿任何四位數，比如 4950，排成最大的 9540 和最小的 0459，相減得 9081。重複這過程，總會回到 6174，像宇宙的固定音符。」

「閣下指控我傳播真理，」拉斐爾的聲音在寂靜中格外清晰，「但這些數字早在公元前就被巴比倫人刻在泥板上。」他展開一卷羊皮紙，上面是用紅黑兩色墨水

繪製的複雜圖表。

「請看金星的軌跡，」他指向圖表中央的五芒星，「每八年形成的五個頂點，角度差正好是 36.87 度——3:4:5 三角形的角度。」隨著他的講解，渾天儀投射出的光點在穹頂形成同樣的圖案。

一位年邁的樞機主教突然站起：「這是撒旦的幾何學！」他的手杖重重敲在地面，恰好觸發了某處機關。地面的大理石圖案突然開始移動，顯露出隱藏的索羅門結浮雕。

「恰恰相反，」卡拉拉修女從旁聽席走出，「《列王紀》記載，所羅門王神殿的銅海'厚一掌，邊如杯邊，似百合花'——這正是用 3:4:5 比例鑄造的。」她取出一個銅碗，倒入清水。水面反射的光斑正好填滿地板上索羅門結的空白節點。

審判廳陷入詭異的寂靜。拉斐爾趁機啟動最後一個裝置——數字音叉發出 432 赫茲的純淨音調。隨著聲波震動，牆上的掛毯紛紛落下，露出後面蝕刻的數學公式：開普勒第三定律的原始推導過程。

紅衣主教安德烈緩緩走下高台，他的紅袍掃過地面，露出地板上用銀絲鑲嵌的拉丁文：「HIC DEUS ABSCONDITUS EST」（此處藏有上帝）。老人在第 89 塊地磚前停下，那是斐波那契數列的關鍵數字。

「年輕人，」他的聲音突然變得疲憊，「你知道為什麼教廷恐懼這些數字嗎？」不等回答，他掀開自己的紅袍襯裡——上面竟繡著精確的日心說模型。「因為如果連星辰都遵循簡單的數學法則...」

伊莎貝拉突然從後排站起：「那麼教會壟斷的'神蹟'就失去了權威。」她舉起父親的手稿，翻到標記處：「開普勒在這頁邊緣寫道：'上帝用幾何語言書寫宇宙'。」

「夠了！」紅衣主教安德烈拍案而起。令人意外的是，他接下來的動作竟是拾起地上的銅碗，將水倒在審判桌中央。「看水面波紋，」他指向擴散的同心圓，「即使是教宗，也無法改變波節的數量。」

他轉向拉斐爾，聲音低得只有近處人能聽見：「帶著你的發現去佛羅倫斯。麥第

奇家族的私人圖書館地下...有第 89 級台階。」老人將一枚刻有五芒星的銅幣塞進拉斐爾手心，「當晨星升起時...」

審判在黃昏時分突然結束。當拉斐爾一行人走出教廷時，暮色中已可見金星的光芒。伊莎貝拉突然指向聖天使堡——城堡頂端的青銅天使像手中長劍，正精確指向金星的位置。



圖 12、聖天使堡——青銅天使像

「看劍刃的投影，」卡拉拉修女驚呼。月光下，劍影在地面劃出一道完美的直線，穿過三個噴泉，終點竟是...一個不起眼的石板，上面刻著數字：89。

石板下隱藏一個凹槽。他深吸一口氣，將晨星之鑰插入，齒輪轉動的聲音如心跳響起，石門緩緩開啟，露出一間圓形石室。

室內，一座水晶天球懸浮在半空，緩緩旋轉，光影投射出金星的五芒星，第六軌點閃爍如新星，宛如宇宙的眼淚。一卷羊皮書靜置於石桌上，封面用褪色的墨水寫著：「Epsilon - 宇宙的誤差」。拉斐爾顫抖著翻開，父親的筆跡躍然紙上：「真理非完美，乃智慧之光，藏於誤差。Epsilon 非星，卻是宇宙的呼吸。」

卡拉拉微笑，項鍊在燭光下閃爍：「這是我們的 π ，宇宙的低語。」伊莎貝拉指向天球，眼中燃著熱情：「宇宙是動態的，誤差是它的心跳。」她敲響音叉，432 赫茲的聲波與天球共鳴，石室內響起低沉的鐘聲，穿越佛羅倫斯的街巷。

拉斐爾望向窗外，金星在夜空中閃耀，彷彿父親在火光中的最後一瞥。他低聲說：「真理如晨星，總在黑暗將盡時最明亮。」石室牆壁上，一行拉丁文緩緩顯現：HIC VERITAS LUCET（此處，真理閃耀）。卡拉拉輕聲說：「這只是開始。教會

不會輕易放棄舊秩序。」伊莎貝拉補充：「但我們有了鑰匙，還有這本書。Epsilon 將引領我們走向新時代。」

拉斐爾握緊晨星之鑰，感受到它的溫暖。他知道，父親的犧牲並非徒勞。這場旅程揭開了宇宙的一角，但更多的秘密仍藏在星辰之間，等待他繼續追尋。

後記：誤差的回響

佛羅倫斯的星空如同一幅未完成的畫卷，點點星光在夜幕上閃爍，彷彿在低語未解的秘密。麥第奇圖書館的地下石室已成為拉斐爾、卡拉拉與伊莎貝拉的秘密據點，燭光在石桌上搖曳，映照著《Epsilon - 宇宙的誤差》的泛黃羊皮紙。拉斐爾的手指輕撫父親的筆跡，腦海中迴盪著卡拉拉在比薩圖書室中的話語：「乘以 1000 就像拉近星空，讓我們看清隱藏的圖案。」



圖 13、佛羅倫斯的星空

卡拉拉站在水晶天球旁，星形項鍊在燭光下閃爍，刻著 355/113 的數字如一枚靜默的誓言。她翻開一卷新發現的星圖，上面繪著金星的五瓣玫瑰，一瓣微微偏離，彷彿在訴說 Epsilon 的存在。「拉斐爾，」她說，聲音如夜風般柔和卻堅定，「你還記得我為什麼將誤差乘以 1000 嗎？」

拉斐爾點頭，目光落在星圖上：「0.001264 太小，妳說要放大它，像用放大鏡看沙粒。」卡拉拉微笑，眼中閃過一絲狡黠：「正是。22 除以 7 比真正的圓周率大了 0.001264，細微如晨露。但這誤差不是錯誤，而是線索。乘以 1000 得到 1.264，就像將一滴露珠變成湖泊，讓我們看清它的輪廓。然後，我取倒數，1 除以 1.264，得到 0.79。這數字與金星的逆行週期共鳴，1.6 年的倒數是 0.625，兩者間的數學聯繫如同一首隱藏的詩。」

伊莎貝拉放下音叉，432 赫茲的餘音仍在石室中迴盪。「但為什麼是 1000？」她問，聲音帶著音樂般的節奏，「為什麼不是其他數字？」卡拉拉轉身，指著天球上閃爍的第六軌點：「1000 是天文學的尺度。行星軌道的週期、距離，常常以千為單位計算。0.001264 太小，無法直接對應天文現象，但乘以 1000 後，1.264 成為一個橋樑，連繫了數學與星空。0.79 與金星逆行週期的數值接近，暗示 Epsilon 的影響——一顆未被命名的星，或許是宇宙深處的引力之手，輕輕拉扯了金星的舞步。」

拉斐爾握緊父親的石頭，索羅門結的紋路彷彿在指尖低語。「所以，Epsilon 不是一顆星，而是誤差本身？」卡拉拉搖頭，目光深邃如星海：「Epsilon 可能是星，也可能是數學的呼吸。祖沖之的 355/113 如此精確，卻仍未觸及圓周率的全部。我相信，他的計算背後藏著對 Epsilon 的觀測，一種超越時代的直覺。」

她翻開羊皮紙，展示一組新的計算：將 0.001264 乘以 1000 得 1.264，1.264 的平方近似於 1.6 ($1.264^2 \approx 1.597696$)，與金星逆行週期驚人地吻合。「這不是巧合，」她低語，「1000 是我們與宇宙對話的語言。它將微小的誤差放大為星辰的訊息，讓我們聽見金星的低語。」

伊莎貝拉輕敲音叉，聲波與天球共鳴，投射出五芒星的光影。「這就像音樂，」她說，眼中燃著熱情，「每個音符都有誤差，卻組成和諧的樂章。Epsilon 是宇宙的變奏曲。」

拉斐爾望向窗外，金星如一盞孤燈，懸在佛羅倫斯的夜空。他回想起父親在火刑柱上的目光，彷彿在說：追尋誤差，找到真理。「父親知道 Epsilon 的存在，」他低聲說，「他用光影和數列留下線索，讓我找到這本書。」

卡拉拉走近，項鍊在燭光下閃爍。「你的父親挑戰了教會的圓形宇宙觀，」她說，「但教會不會善罷甘休。我們需要更多證據，證明 Epsilon 的存在。」她指著星圖上的第六軌點：「這偏離的一瓣，或許是通往新世界的鑰匙。」

伊莎貝拉取出父親的手稿，翻到一頁未完成的星圖，上面標註著一串數字：1.264、0.79、1.6。「如果我們能重新計算金星的軌跡，」她說，「或許能找到 Epsilon 的影子。」

石室陷入沉默，三人圍著水晶天球，星光在他們眼中交織。拉斐爾低語：「這只是開始。我們需要更多星圖、更多計算。」卡拉拉點頭，聲音如詩：「真理如晨星，藏在誤差的縫隙中。」伊莎貝拉微笑，敲響音叉：「而我們是它的追尋者。」

窗外的金星閃爍，彷彿在回應他們的誓言。石室牆壁上的拉丁文 HIC VERITAS LUCET 閃耀著微光，預示著未來的旅程。Epsilon 的謎團尚未解開，但他們知道，宇宙的呼吸正在等待他們的聆聽。

【終章】

參、ChatGPT 的數學-科學小說

第一章：光之遺跡

（指令：要寫一個共五個章節的小說，內容要和東西方文藝復興的數學與科學有關，以下分段創作。第一章要 1200-1500 字，大綱為：「在十五世紀義大利，年輕的石匠拉斐爾因父親被教會指控為鍊金術士而處刑，選擇在比薩一座修道院中隱姓埋名。某日，他在修復彩繪玻璃時，發現光影每日在祭壇石板上投射出特定圖形與數列。他將這些現象記錄下來，並在修道院地下室發現父親留下的一卷神秘羊皮紙，上面記載著一串不完整的斐波那契螺旋。」）

比薩的冬晨如同沉默的石碑，灰霧自阿爾諾河面緩緩升起，覆蓋了聖維多利亞修道院破損的鐘樓。年輕的石匠拉斐爾站在主祭壇前，衣襪沾著灰漿，手指覆滿灰白石粉。他低頭審視腳下的石板，一如往日修補磨損的裂縫。然而，今日，他的目光停留在地面上那道奇異的光斑。

那是一道從高處彩繪玻璃穿透而下的晨光，像金線般落在地上，總是落在同一塊石磚的邊角，宛若某種無形的安排。

這並非偶然。拉斐爾已默默觀察多日。他曾在清晨祈禱後假意巡視，實則記錄光影的變化。他畫下了位置，用炭筆標出地面上每日光線投落的方格。那不是隨機的跳動，而是一個緩慢但穩定移動的序列，彷彿某種看不見的手指，正在石地上寫下一串數字。

那天晚上，他翻開父親留下的唯一遺物——一卷油脂潤過的羊皮紙。那是在他父親被教會以異端罪燒死前，藏進他包袱裡的。

紙上潦草筆跡繞成螺旋，夾雜著不完整的數列與斑駁的鍊金符號。大多數人看見的只是胡言亂語，但拉斐爾心中湧起某種模糊的熟悉感。他回憶起兒時夜裡父親對著星圖低聲唸誦的聲音，還有那句反覆出現的話語：「真理不在經文裡，它在光與數之中。」

他將羊皮紙攤在石板旁，一邊照著玻璃投射的光，一邊將圖形逐一對照。當光影移動到第八塊石磚時，與紙上第八個螺旋節點剛好重合。他的呼吸一緊，手中炭筆不自覺地滑過羊皮紙，補上了一筆遺失的線條。彷彿整幅圖正從沉睡中甦醒。

「你在畫什麼？」低沉聲音自身後響起，拉斐爾驚覺站在自己身後的是修道院的老院長，喬凡尼神父。

「只是修復地面時做些記錄。」拉斐爾低頭行禮，將紙卷迅速塞進外衣裡。

神父的目光落在他塗鴉過的地板上，沉默良久，只說：「不要在神聖之地上胡亂書寫。石頭能記得的，只有罪與祈禱。」

神父走後，拉斐爾仍站在原地。他知道這些石頭記得的，可能還有別的東西——某種被塵封的知識。那晚他回到石匠工寮，對著羊皮紙苦思。直到深夜，窗外的月光從雲縫間灑下，照亮紙上一段幾乎被墨污遮掩的字跡：

「若光落於黃金比，則秩序無聲生。」

這句話像一道閃電擊中他的思緒。羊皮紙上的線條、地板上的光影、斐波那契數列——它們並非隨機，他所見的，是自然語言的一部分，是某種宇宙邏輯的片段。

而這些碎片，似乎通往一條古老的道路，那條道路，他的父親曾經走過。

第二章：圓中的背叛

（指令：第二章的字數為 1500-1800，大綱為：「拉斐爾闖入秘密圖書室，被曾是數學天才的卡拉拉修女發現。她曾挑戰古希臘圓面積公式，卻因此被驅逐。兩人

合作驗證圓周率誤差，竟揭露了一顆被忽略的天體。這誤差不只是錯誤，更是一段遺失的星圖密碼。」)

「若圓非圓，則宇宙亦非完滿。」

修道院的東翼少有人至，那裡存放著過時的神學手稿與發霉的地圖。拉斐爾在第三次嘗試潛入後，終於成功從通風口悄然溜進那間被封鎖的圖書室。

他沒有點燈，只用銀器反射窗縫月光，映在書架斑駁的書脊上。他尋找的不是一本具名的書，而是一種與那張羊皮紙筆跡相仿、思路一致的記錄。那些老書似乎沉睡已久，塵封著神學與科學交織的碎片。

就在他翻閱一本無封面、被蟲蛀得七零八落的拉丁文手抄本時，一道低沉且略帶諷刺的女聲在黑暗中響起：

「你不是來祈禱的吧，石匠。」

拉斐爾猛地抬頭，看見一名身披灰袍的修女靠在門邊，手中提著一盞小燈，燈光照亮她深陷的眼眶與聰穎的面容。她不像其他修女那樣語氣柔順，反倒有種學者特有的銳利與疲倦。

「我……只是想找一本書。」他如實回答。

她走近幾步，將燈光移到他手中書頁上，冷靜地說：「你拿的是我寫的。」

拉斐爾怔住。「這是……？」

「我叫卡拉拉。」她直視著他，語氣淡然，「曾是比薩大學的副教授，專攻數列與曲率理論。在我指出阿基米德關於圓面積公式存在微小誤差之後，被逐出學界，流放至此。」

她從他手中取過那張羊皮紙，瞥了一眼後，沉默了片刻。

「這段曲線……不是單純的斐波那契。」她的聲音轉為低語，「這裡有一個修正因子。它會隨時間——或天體運動——略為偏移。」

拉斐爾幾乎不敢相信，這位被逐的修女竟能立刻看出那張他研究數週的羊皮紙圖案中的隱藏變數。

「你父親是鍊金術士？」卡拉拉忽然問道，語氣不帶敵意，僅是事實的確認。

拉斐爾點頭。

卡拉拉點燃另一支蠟燭，帶他走向圖書室深處的隱秘桌案，上頭放著一張未完成的圓周圖。她指著一個用紅筆標記的區域：

「如果我們將圓周率的標準值——你知道的，3.1415……——視為不變，那麼根據我在星圖上的對比，某些天體的公轉軌道就會出現偏差。這是錯誤嗎？還是我們對‘圓’的理解，本身就不完整？」

拉斐爾凝視那些計算，感受到前所未有的清晰。他將父親羊皮紙上的數據與卡拉拉的圖重疊，發現它們在第十三節點完全重合。

「這不是誤差……」他低聲說，「這是一種規律的偏移。」

卡拉拉的眼中閃過一抹光芒。

「你知道這意味著什麼嗎？如果這個偏移是恆定的，它就能預測未知天體的軌道。這不是鍊金術，這是……原始的天文數學。」

她抽出一張未公開的計算草圖，一段用古希臘文寫成的註記旁，有一個用拉丁文寫的名字：

Astra Occulta ——「被隱藏的星辰」。

「我一直懷疑，這顆星存在於金星與地球之間的某個點上，但現有理論無法解釋它的軌跡。」卡拉拉低聲說，「直到你這張螺旋補全了它的定位。」

拉斐爾回想起教堂地板上的光影，還有晨光落下時那一刻與羊皮紙的吻合。他心中湧現一股直覺：這顆被隱藏的星，不只是一顆行星，它是某種關鍵的座標，是整個宇宙規律中的一把鎖匙。

「你願意跟我合作嗎？」卡拉拉問道。

拉斐爾點頭。「這不只是為了我父親，也是為了真理。」

卡拉拉笑了笑，那笑容不帶歡愉，卻帶有某種久違的認同。

「那我們要先做一件事，」她說，「重測金星的逆行軌跡。如果我們正確，那麼下一道光影，將會引領我們走向北方的答案。」

窗外，夜風低吟，仿佛整個宇宙正緩緩旋轉，在等待他們寫下新一頁的秩序圖。

第三章：金星逆行

（指令：第三章所需字數為 1800-2200，大綱是：「在天文台，他們遇到凱斯博士——表面上是學者，實為教會密探。他試圖操控兩人，但反被發現。拉斐爾和卡拉拉發現金星逆行週期與古拉丁詩文之間的密碼聯繫，詩句暗示「北方之地」藏有關鍵證據。他們啟程前往神聖羅馬帝國的圖賓根。」）

黎明前的比薩天空，月痕如刀，切割夜色。拉斐爾與卡拉拉修女在風中行走，披著黑袍隱於街角。他們不再只是躲避神父的目光，而是被一個更大、無形的網困住。教會對知識的審查，比寒風更冷冽。

「你確定他會讓我們進天文台？」拉斐爾問，聲音低到幾乎被風吞噬。

「凱斯博士不是信徒，」卡拉拉說，「他是數學家，曾在德意志求學，對星象的興趣超過神學的界線。只要你拿出你的羊皮紙，他一定會想知道你知道了什麼。」

天文台坐落於比薩高塔東南方，一棟遠離人群的石造圓頂建築。古老的圓環天儀像一頭沉睡的鐵獸，側臥在圓頂下方。凱斯博士比預定時間早一步出現，他是個面容冷峻、眼神如刀的中年人，穿著修剪得體的黑色長外套。

「你們說你們發現了某種規律？」他用德語口音的義大利語問道。

卡拉拉點頭，將拉斐爾推上前。拉斐爾攤開羊皮紙，在博士桌上鋪開。他的手指在螺旋中心劃出一個小圓：「這裡，是我們推測的偏差原點。我們懷疑金星的逆

行運動與圓周率誤差之間有某種聯繫，且它指向一顆尚未記錄的天體。」

凱斯博士微微挑眉，沉默良久。他忽然拉開抽屜，拿出一本書，翻到一頁，將其對照拉斐爾的羊皮紙。那是一幅中世紀星圖，標記了金星八年一循環的逆行路徑，形成所謂的「五瓣玫瑰」圖形。

「你們知道嗎？」他低聲說，「在拉丁教會編纂曆法時，某些數據曾被蓄意調整。為了讓教曆與復活節對齊，他們犧牲了真實軌道，只為維持表面上的神學秩序。」

「你是說……他們修改了天文資料？」卡拉拉瞪大雙眼。

凱斯微笑，將書合起，仿若在宣判一樁古老罪行：「知識若威脅信仰，便被稱為異端。你父親便是前車之鑑。」

拉斐爾下意識握緊拳頭，但卡拉拉眼神更銳利。「你為何會知道拉斐爾的父親？」

「因為我曾奉命監視他。」凱斯語氣冷淡，像在敘述一件早已完成的任務。

空氣瞬間凝結。拉斐爾喉頭緊繃，卡拉拉則悄悄移至他身側，擋在他與凱斯之間。

「我沒有動手。」凱斯緩緩說，「但我將他提供的圖表交給教會審判庭。他所提及的那顆星——教會稱它為 *Stella Heretica*，異端之星。」

拉斐爾低聲說：「所以你今天會見我們，不是出於學術興趣。」

凱斯搖頭：「我是想知道，你們是否已經超越了你父親。」

他走向天文觀測室，指向圓環天儀：「今晚，金星正處於逆行之尾。你們若能在星辰中證明你們的理論，我會記錄下來——不為教會，而是為我自己。」

觀測儀器緩緩旋轉，寒光反射在青銅盤面上，宛如星辰低語。拉斐爾依照卡拉拉的數據，調整刻度角度。他們將金星近幾年的逆行點連線，再以羊皮紙上的螺旋比對。

一個模式，緩緩浮現——五個逆行點，竟完美對應五個特定的斐波那契數：3、

5、8、13、21。這些數字不是星象學裡的慣例，但對數學家而言，它們是自然界的語言。

「看這裡，」卡拉拉壓抑著興奮，「這些數字之間的間距，正是你父親圖表上那些被刪減的線段長度。我們可以反推出缺失的一個點。」

拉斐爾補上那段缺失的線。點與點之間構成了一種偏移六度的旋轉星圖，正中央，浮現出一段拉丁文詩句的殘影，似乎是某種星象詩：

*"Lux orta sub montibus septentrionalibus,
Quaeritur in silentio circulorum."*

卡拉拉唸出來，輕聲翻譯：「『光自北方山嶺升起，於靜默的圓中被尋見。』」

他們同時抬頭看向彼此。

「圖賓根。」卡拉拉說。

「神聖羅馬帝國境內，那裡有座舊天文鐘室。」拉斐爾補充，「父親曾提過，那裡藏有一種與星軌共振的裝置……如果說，這顆異端之星有一個地面上的映照，那應該就在那裡。」

他們將詩句抄下，收好觀測資料，準備離開。

但就在他們轉身時，凱斯博士擋在出口前。

「你們要去哪裡？」他語氣冷靜，眼神卻變得鋒利。

「你已經看見我們看見的東西，現在請讓開。」卡拉拉沉聲說。

「這不只是你們的研究了。」凱斯緩緩舉起右手，一枚銀製的十字吊墜從他手袖滑出，「教會不容許這種知識重見天日。」

拉斐爾站上前一步：「那你就必須選擇你真正的信仰了。」

沉默。長久的沉默後，凱斯轉身，打開天文台後門。

「圖賓根之路不是易途，穿越帝國邊界，你們將不再受比薩之法保護。」他低聲說。

「我們不尋求保護，」卡拉拉回應，「我們尋找真理。」

夜風將觀測室的蠟燭熄滅，只有星光仍照耀在桌上的星圖上，像遠古留下的指引。

他們沒有回頭。

第四章：天文鐘室的秘密

（指令：第四章字數為 1500-1800，大綱為：「在圖賓根，他們發現伊莎貝拉——一位了解星體與數論共振的年輕女性。她的父親與開普勒設計的魔方陣包含一種頻率調律系統。三人破解魔方中沉默格的結構，打開通往天文鐘室的古老密道，證明天體軌跡與數學有著超越宗教的秩序。」）

穿越阿爾卑斯山的冷風如刀，割開歲月與疆界。拉斐爾與卡拉拉沿著商隊舊道跋涉數日，終於抵達圖賓根——這座靜默的學院之城，曾是宗教與科學共舞的舞台，如今卻被神聖羅馬帝國的沉重信仰所籠罩。

天色昏沉，城中教堂的鐘聲響起七下。他們按照詩句線索來到一棟隱蔽的舊屋前，屋門斑駁，門楣下刻著一句拉丁銘文：

“In silentio circulatorum, veritas resonat.”

「在圓環的靜默中，真理共鳴。」

屋內燈光微弱，一名年輕女子正背對著他們，在一張木桌上擺弄幾個銅製立方體。聽見腳步聲，她轉過頭來，神情冷靜，眼神卻如雷光初現。

「你們來找我？」她問，語氣不帶一絲訝異。

「你是伊莎貝拉？」卡拉拉問。

她點頭。「我父親曾與約阿希姆·雷昂納多合作，設計了『共振魔方』的原型。他死後，我繼承了未完成的模型。」

拉斐爾走近那張桌子。銅製魔方陣有九行九列，每個小格子都刻有數字、圖形或留白，排列看似隨機，卻有某種深層規律在其中跳動。

「這是幻方？」他問。

伊莎貝拉輕輕一笑，將桌面的一枚銅塊移動。「更精確地說，是一種三維幻方結構。但它與音律、時間、星象同步共振。當數字正確排列時，它會產生一種低頻震動，影響鐘樓上的天文鐘擺動，甚至——」

她打開一個隱蔽的地板活門，指向下方一條隱道：「——開啟這座城市心臟中的天文室。」

卡拉拉低聲說：「我們從金星逆行圖中解出一段詩句，它指向這裡。我們需要這個魔方幫助我們找出那顆未記錄的天體。」

伊莎貝拉的目光凝重，將他們帶入隱道。地底是曲折的石廊，牆上刻滿古老的星象符號與算式，彷彿歷代學者在此低語。最終，他們來到一座圓頂石室，中央擺放著一座機械結構精巧的巨大天文鐘，齒輪交錯，如星辰運行。

伊莎貝拉將魔方陣擺上祭台般的基座，指著其中一格：「這是沉默格，唯一沒有數字的空位。」

「為什麼是空的？」拉斐爾問。

「我父親說，沉默格記載的是『不可言說的數』。不是因為它不存在，而是因為它只能被感知，不能被算出。只有當所有其他格子排列正確，它才會自行顯現。」

卡拉拉看著魔方，低語：「那就像宇宙中的誤差……不是錯，是秩序之外的秩序。」

拉斐爾仔細觀察每一行的總和，發現魔方表面呈現一種不對稱對稱性。他將羊皮紙上的數列疊加在上頭，發現幾個數字與沉默格周圍的數列對應——3、5、8、13、21。

他喃喃唸出這串熟悉的斐波那契數字。

「加上這些值，沉默格就應該是.....34。」他說。

伊莎貝拉眼中閃過一絲驚訝。「這是我父親最後推算的數字。」

她按下魔方陣最外圈的銅環，整個結構開始微微震動。地底傳來低鳴，像整座城的地基在輕聲迴響。齒輪轉動，天文鐘的圓盤緩緩開啟，一道新星圖在穹頂上投射開來，閃爍著微光。

一條偏離黃道的弧線從金星軌跡分出，朝向另一處未命名的位置——正是他們預測中「被隱藏的星」。

「那是.....它的軌道。」卡拉拉說，語氣顫抖。

伊莎貝拉緩緩坐下，像剛卸下重擔的人：「這顆星，一直存在。但它只有在某些數學條件與時間點交錯時，才會出現在鐘圖中。」

「這不是一顆物理星體，」拉斐爾忽然說，「而是一個象徵，一個關於宇宙週期與錯位的提醒。」

天文鐘內部有一道暗門隨著震動開啟，裡頭藏有一卷泛黃的羊皮紙，上頭繪有拉丁詩句與螺旋圖形。伊莎貝拉取出那卷文稿，低聲唸出上面的話：

"Veritas non dormit, sed pulsat in motu caeli."

「真理不眠，而是在天體運行中脈動。」

卡拉拉接過詩稿，神情凝重。「這是證據，足以在羅馬審判席上與他們對話。」

拉斐爾輕聲說：「不只是對話，是挑戰。」

星光透過天文鐘頂部的圓窗灑下，落在魔方陣正中央的沉默格上。那道格子閃爍著微弱的銅光，仿佛宇宙對一切尋求真理者的回應——沉默，但從未缺席。

第五章：晨星之問

（指令：字數為 2000-2500，大綱為：「拉斐爾在羅馬面對教會審判，紅衣主教用宗教象徵質疑他：「若晨星墮落，真理是否仍存？」拉斐爾回答：「晨星之墮正是我們必須尋光之由。」他展示由螺旋、圓誤差、金星與魔方組成的宇宙圖表，證明理性與信仰可共存，宇宙自有秩序。主教啞口無言，拉斐爾與同伴獲自由，並肩走向未知的星辰。」）

羅馬的天色在冬季總是沉重，雲層如垂墜的鉛幔壓住大地。聖彼得大殿之西的教廷審判廳高牆密閉、石柱森然，似乎刻意隔絕外界時間的流動。

拉斐爾、卡拉拉與伊莎貝拉步入這座古老空間時，天文鐘的低鳴仍在他們心中迴盪。他們的證據已備：星圖、魔方陣的共振解構、羊皮紙上的詩句與逆行軌跡。但他們也明白，今次他們挑戰的，不僅是一場學術審判，而是一整個世紀對秩序的定義。

高座上的紅衣主教年邁、神情銳利，頭戴三重冠，象徵其對信仰、教義與世俗法權的絕對掌控。他周身圍繞數位神學家與星曆校對者，每雙眼皆如測量儀般冷峻。

「你們，」主教的聲音洪亮而不帶情感，「被控犯下三項罪行：干預神聖星曆、散播異端數列、妄圖以『沉默之星』替代創世秩序。你們有何可辯？」

審判廳靜得可以聽見蠟燭滴蠟的聲音。

拉斐爾站出一步，沒有先辯解，而是展開那幅融合數學與星象的宇宙圖。

那是一幅結合螺旋、圓周誤差、金星逆行與魔方陣排列的宏大圖形。圖中央，是以斐波那契曲線編織出的「星之花」，花心即為那顆不存在於任何教會星圖上的——異端之星。

「這是你們所拒絕承認的星體。」他說，聲音平穩卻堅定，「它並非挑戰神，而是揭示自然與時間並非完美閉環，而是週期中微妙的偏移。不是誤差，是呼吸。」

紅衣主教沒有立刻回應。他的目光掃過星圖，停留在那五瓣螺旋上許久。

「你可知，這正是路西法墮落之星的形狀？」主教語氣漸重，「晨星墜落之路，

也是你所走的路。」

他將視線轉向拉斐爾，語氣如審問火刑柱上的人：

「若晨星墜落，真理是否仍存在？」

全場安靜。這是審判的核心，不只是神學的詰問，更是對一切知識、光明與探索的終極質問。

拉斐爾緩緩舉起手，指向圖上那道逐漸偏離圓心的軌跡，眼中不帶恐懼，而是某種久藏的溫柔堅定。

「晨星本為天使之光。」他開口，「若他墜落，那是因他曾照耀。」

他放下手，向主教行禮，語氣如宣言：

「若他墮落，我們更當照亮。」

這句話如雷霆擊中廳堂的圓頂。幾位神學家起身欲發言，卻無法駁倒這以詩與數字交織的信念。

卡拉拉此刻上前，補上星圖旁的解釋表格，展現魔方陣與斐波那契數的共振機制，證明那「沉默格」與天文鐘室的同步應和，非虛構、非巧合，而是理性之下的秩序證據。

「我們不是為了顛覆神，」她說，「而是揭示祂書寫宇宙的另一頁語言。」

伊莎貝拉接過最後的發言權。她將羊皮紙遞出，上面是從圖賓根天文鐘室挖出的古詩：

"Veritas non dormit, sed pulsat in motu caeli."

「真理不眠，而是在天體運行中脈動。」

紅衣主教終於低頭，沉思片刻。多年來，他無數次阻擋這類知識，因為他知道：一旦秩序開了一個缺口，星星會紛紛墜落，而人心會再也不受束縛。

但今次，他看見的不是混亂，而是一種優雅的平衡。

「你們所提出的，非為推翻聖歷，而是完善其所遺之處。」他緩緩開口，聲音裡少了一份敵意，多了一絲嘆息。

「你們所說之星，若真存在，那必是神用來測試我們謙卑的工具。」

一位旁聽主教低聲抗議：「若此理當真，豈非意味我們幾百年所建的聖統皆可能誤判？」

紅衣主教輕聲說：「如果真理藏於宇宙中錯誤的影子裡，那麼我們的責任，不是掩蓋，而是尋找。」

他看向拉斐爾：「你父親，曾妄圖以煉金解釋天文，走錯路。但你……你以秩序為證，以詩為橋，尚未墮落。」

最終，他緩緩抬手，宣判：

「依天文校會之權，准你們持續研究。資料由神學院封存，條件是——不可再以異端之名散布其中『無神』理論。」

拉斐爾點頭。他知道，這場勝利不是真理的解放，而是一個能繼續問問題的空間。

他們離開審判廳時，羅馬的天空剛剛放晴。陽光穿過聖殿圓頂，照在星圖的螺旋心，彷彿那隱藏的晨星仍在呼吸。

他想起父親那句話：

「真理不在經文中，它在光與數之間。」

如今他終於懂了——有些星辰，即使無人命名，依然繼續閃耀。

後記：餘光與遠行

（指令：字數為 1000 字，請根據以下大綱撰寫一篇小說的「後記」，標題為《餘

光與遠行》延續全書以數學、天文、信仰與科學交織的主題，作為整部作品的靜謐收尾。大綱為”審判後，拉斐爾、卡拉拉和伊莎貝拉各自踏上新路。卡拉拉回到北方修道院，教導年輕修女數學和天文；拉斐爾每天傍晚觀察星空和幾何圖案，尋找宇宙的秘密”。)

審判結束時，鐘聲在羅馬上空回盪，像是歷史關上了一道沉重的門。但門後不是終結，而是另一種形式的開始。

拉斐爾與卡拉拉離開了那座曾讓他們幾度陷入危機的城市。他們沒有回首，因為真正的記憶不需要回望，而會在行走之中逐漸沉澱。他們選擇北方一處無名修道院安居，那裡群山環繞、河水緩慢，星空在夜裡潔淨如數學公式。他們在這片清靜中，繼續探索那尚未完成的幾何與星象圖譜——一場對宇宙秩序的溫柔對話。

卡拉拉再次穿上修女服，卻已不再只是虔信的侍奉者。她成了一位教師，一位傳遞知識的使者。她在修道院開設小型課堂，教授年輕修女們費波那契數列、黃金比例，以及如何用自製的儀器觀測金星的逆行。這些知識原本被視為危險，如今在她的指尖溫柔流轉，化為一種新的靜默革命。她不再尋求外界的認可，只想將那曾讓她得以理解神的數學，交給能夠聆聽的下一代。

拉斐爾則仍是那個凝視石材紋理的匠人，只不過他的眼界已超越建築本身。他開始記錄日落時分光影在修道院石牆上的移動軌跡，發現那些陰影與日晷、星象竟暗合某種週期。他用紙筆描繪它們的重複與變化，逐漸拼出一套屬於自己的宇宙時鐘。夜深時，他會抬頭望著北方天空，尋找那顆在古籍中從未被命名的星——他相信，它一直在那裡，等待有人以正確的視角看見它。

伊莎貝拉回到圖賓根，一如她出發時那般孤獨，卻不再迷惘。她將“共振魔方”的手稿整理、重寫，再重寫，一遍遍地驗證數學與音律間的映照。她沒有在發表時署上真名，只留下一個極簡的標記——一個圖形，三角、圓與螺旋交疊，彷彿某種神秘機械的符號。她的理論並未立刻引起轟動，卻悄悄進入了一位年輕德國作曲家的樂譜結構中，轉化為樂章裡旋律與節奏的無形骨架。

也許這正是她們命運的樣貌：不為掌聲而創造，只為真理本身而前行。

這三人的故事沒有落幕，他們只是從歷史的聚光燈下退場，轉為一種低調而持久

的運行，就像天空裡那顆尚未命名的星。它或許黯淡，卻從未熄滅；它也許孤獨，但自有其運轉的軌道。拉斐爾的幾何、卡拉拉的星圖、伊莎貝拉的共振，全都如同那顆星，悄悄地影響著未來某一段旋律、某一個建築比例，或某一次天文發現。

【終章】

肆、反思

多方面比較

比較項目	自行撰寫	ChatGPT 創作
劇情結構	六章完整，有起承轉合與高潮收束	進展到中段，尚未形成明確高潮與對抗
角色刻畫	多元立體，角色具信念與衝突（如：紅衣主教）	偏功能型角色，尚未有明顯轉折或成長
數學應用	多層數學邏輯嵌入情節（如： π 、斐波那契、金星）	有數學元素，但偏重象徵，參與度較低
語言風格	詩意、古典感強，帶有歷史與神祕氛圍	偏向敘事清晰，科學解釋較多
主題深度	探討「真理 vs 權威」、「知識與信仰對抗」	側重解謎與圖形對稱，哲思潛伏